

## ANALISIS LOMPAT VERTIKAL TIPE *SQUAT* DENGAN MODEL SISTEM BENDA JAMAK

D. D. Susilo<sup>1</sup>, A. I. Mahyuddin<sup>2</sup>, I. P. Nurprasetio<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Jurusan Teknik Mesin Universitas Sebelas Maret, Surakarta

<sup>2</sup>Fakultas Teknik Mesin dan Dirgantara, Institut Teknologi Bandung

Kontak: Andi Isra Mahyuddin, andiisra@yahoo.com

**Ringkasan.** Lompat vertikal merupakan indikator utama untuk keberhasilan atlet olah raga yang memerlukan kekuatan dan kecepatan tungkai bawah, seperti misalnya bola basket, bola voli, dan sepak bola. Rangka tubuh manusia dapat dimodelkan sebagai sistem benda jamak 2-D untuk analisis lompat vertikal. Analisis gerak lompat vertikal tipe squat seorang subyek dapat dilakukan melalui simulasi gerak model berdasarkan masukan berbagai parameter subyek yang diperoleh dari pengukuran. Hasil simulasi berupa ketinggian lompat dengan menggunakan model sistem benda jamak memberikan besaran yang sesuai dengan perhitungan berdasarkan waktu terbang yang diperoleh dari kurva gaya reaksi tanah pada platform gaya saat subyek melakukan lompat squat. Model benda jamak sederhana dapat digunakan dalam melakukan evaluasi tinggi lompatan maksimum untuk berbagai teknik lompatan. Di samping itu, hasil penelitian awal ini dapat digunakan untuk mengembangkan pemodelan dan analisis lebih lanjut, termasuk memperhitungkan pengaruh kinerja otot. Pengukuran yang lebih akurat dapat diperoleh dengan menggunakan sensor dan sistem data akuisisi yang lebih baik. Investigasi lanjutan dalam bidang dinamika gerak tubuh manusia akan bermanfaat bagi dunia keolahragaan dan rehabilitasi medis.

**Abstract.** Vertical jump is a good indicator for success in sports that need strength and speed of lower extremity such as basketball, volleyball, and soccer. The skeletal model of human body is treated as a two dimensional multibody system to analyze vertical jump. The squat jump of a particular subject could be simulated on the multi-body system model. The simulation results in the maximum jump height in close agreement with the height obtained via the flight time method analysis. Hence, the simple multibody model is deemed adequate for squat jump analysis. Furthermore, the results of this research could be used as a basis for further modeling and analysis improvement. Advanced model should take into account the effects of the muscles. Accurate measurement could be achieved by employing better sensors and data acquisition system. Future results of investigation in the area of dynamics of human movement could serve the sport world and medical rehabilitation program.

**Keywords:** *squat jump, multi-body system, force plate.*

## 1 Pendahuluan

Gerak tubuh manusia dihasilkan oleh sistem yang terdiri dari tulang, sendi, otot, dan saraf. Salah satu topik utama dalam analisis gerak tubuh manusia adalah gerak berjalan yang meskipun terlihat sederhana, namun sangat kompleks [1]. Kajian tentang gerak tubuh ini banyak melibatkan pemodelan sistem benda jamak [2]. Rajiv [3] melakukan analisis untuk gerak mengangkat dan berjalan untuk memperoleh besaran kinematika dan kinetik. Selain itu, analisis gerak juga dilakukan berdasarkan data pengamatan secara visual maupun pengukuran [4]. Purba [5] mengembangkan program yang dapat menganalisis berbagai parameter berjalan untuk analisis *gait* manusia dengan input berupa posisi titik pengamatan.

Di samping gerak berjalan, penelitian dalam bidang keolahragaan juga banyak yang mengkaji tentang gerakan tendangan, lari, lompat, dan lainnya [4]. Susilo [6] melakukan analisis lompat vertikal dengan menggunakan model benda jamak rangka manusia untuk dibandingkan dengan besaran yang diperoleh secara eksperimen melalui platform gaya (*force plate*).

Lompat vertikal merupakan salah satu gerakan tubuh yang sangat penting bagi keberhasilan beberapa cabang olah raga, antara lain: bola basket, bola voli, sepak bola, dan olah raga lain yang membutuhkan kekuatan dan kecepatan tungkai bawah.

Ada dua tipe lompat vertikal, yakni: *squat* dan *countermovement*. Perbedaan kedua tipe lompat ini terletak pada posisi awal lompatan. Lompat *squat* diawali dengan posisi pinggul, lutut, dan pergelangan kaki menekuk (*flexion*), selanjutnya tubuh langsung didorong bergerak ke atas, sedangkan lompat *countermovement* dimulai dari posisi tubuh lurus, bergerak ke bawah, kemudian tubuh melompat ke atas.

Lompat *squat* dihasilkan melalui gerakan *extension* pinggul yakni gerakan dengan sumbu pada pinggul yang menyebabkan sudut antara paha dan batang tubuh membesar, *extension* lutut yakni gerakan dengan sumbu pada lutut yang menyebabkan sudut antara paha dan betis membesar, dan *plantar flexion* pergelangan kaki yakni gerakan dengan sumbu pada pergelangan kaki yang menyebabkan sudut antara telapak kaki dan betis bertambah besar. Peranan paling besar pada lompat ini adalah *extension* lutut, yakni sekitar 55%, selanjutnya *plantar flexion* pergelangan kaki 25%, sedangkan gerakan batang tubuh dan gerakan lengan masing-masing berperan 10% [7].

Beberapa penelitian telah dilakukan untuk mengkaji gerak lompat vertikal baik secara eksperimental maupun teoretis. Linthorne [8], melakukan analisis lompat

vertikal menggunakan platform gaya, Bobert [9], memodelkan dan mensimulasikan gerak ini. Tulisan ini bertujuan untuk memodelkan gerak lompat vertikal menggunakan sistem benda jamak, selanjutnya hasil pemodelan ini diverifikasi dengan hasil analisis kurva gaya reaksi tanah metode waktu terbang (*flight time*) untuk menghitung tinggi lompatan maksimum.

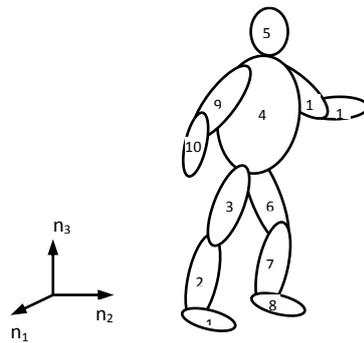
Tipe lompat vertikal yang dimodelkan adalah lompat *squat*, menggunakan model rangka manusia (*skeletal model*). Data input yang digunakan untuk model sama dengan data subyek yang melakukan lompat *squat* di atas platform gaya. Analisis dilakukan pada bidang *sagittal*, yakni bidang yang membagi tubuh manusia menjadi dua bagian, kanan dan kiri.

Persamaan gerak model benda jamak diperoleh dengan metode *Kane*, sedangkan penyelesaiannya dilakukan dengan integrasi *Runge-Kutta* menggunakan perangkat lunak MATLAB. Hasil pengintegrasian berupa perpindahan sudut dan translasi batang selanjutnya disimulasikan untuk melihat gerak lompat vertikal model.

## 2 Pemodelan Lompat Squat

Sistem benda jamak merupakan sebuah sistem yang tersusun dari banyak benda atau batang yang saling dihubungkan oleh sambungan (*joint*) sehingga membentuk satu kesatuan tunggal. Sistem ini sangat sesuai untuk memodelkan sistem fisik sebenarnya karena berbagai sistem yang ada di alam ini sebagian besar tersusun dari banyak komponen.

Perilaku dinamik sebuah sistem fisik biasanya dinyatakan dalam besaran kinematik dan kinetik. Besaran kinematik meliputi: posisi, kecepatan dan percepatan sistem, sedangkan besaran kinetik melibatkan gaya yang menyebabkan sistem tersebut bergerak. Pemodelan dengan benda jamak dapat digunakan untuk melakukan analisis kinematik dan kinetik sebuah sistem fisik. Analisis dimulai dengan menggambarkan sistem sebagai batang yang saling dihubungkan oleh sambungan. Selanjutnya dilakukan penomoran tiap batang dengan baik agar dengan mudah dapat disusun persamaan matematis sebagai representasi sistem. Gambar 1 menyajikan tubuh manusia sebagai sistem benda jamak rantai terbuka beserta penomoran batang. Sistem koordinat referensi  $n_1$ ,  $n_2$ , dan  $n_3$  adalah sistem koordinat tetap. Penomoran batang dimulai dari batang yang paling dekat ke titik asal sistem koordinat, kemudian dilanjutkan ke batang berikut hingga membentuk pokok (1-2-3-4-5). Pada cabang, penomoran dimulai dari cabang yang terdekat dengan pokok, misalkan (6-7-8), (9-10), dan (11-12). Susunan model benda jamak yang dibuat akan menyerupai bentuk pohon yakni pokok dan cabangnya.

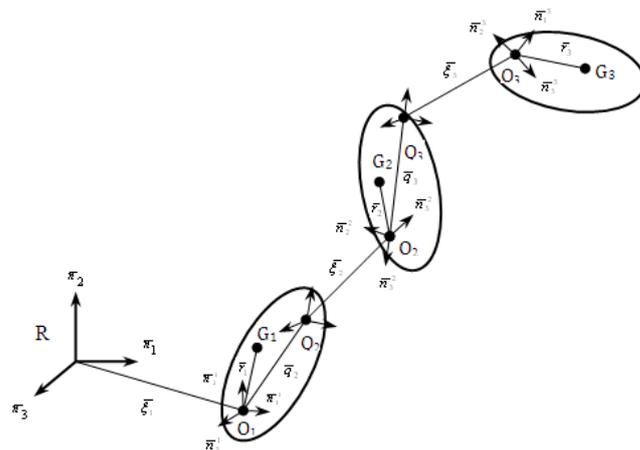


**Gambar 1** Struktur Sistem Benda Jamak

Analisis kinematik dilakukan dengan menyatakan besaran kinematik pada koordinat lokal masing-masing batang, yang kemudian ditransformasikan ke koordinat global atau koordinat referensi yang tetap. Jika persamaan posisi pusat massa tiap batang pada koordinat global diketahui, maka kecepatan dan percepatan pusat massa pun dapat diperoleh dengan cara menurunkan persamaan pusat massa terhadap waktu.

## 2.1 Kecepatan Pusat Massa

Penurunan persamaan kecepatan pusat massa untuk sistem benda jamak  $N$  batang yang saling berhubungan diilustrasikan dengan meninjau struktur yang terdiri dari 3 batang pada sistem koordinat global  $R$  (Gambar 2). Tiap batang dapat bergerak translasi maupun rotasi relatif terhadap batang lain. Titik  $O_i$  adalah pusat koordinat lokal *batang- $i$*  ( $i = 1, 2, 3$ ), dan merupakan titik sambungan dengan *batang- $(i-1)$* . sedangkan  $G_i$  adalah pusat massanya.



**Gambar 2** Sistem benda jamak terdiri atas tiga batang

Jika  $\bar{\xi}_i$  adalah vektor translasi *batang-i* terhadap *batang (i-1)*,  $\bar{r}_i$  adalah posisi relatif pusat massa *batang-i*,  $G_i$ , dalam koordinat lokal, sedangkan  $\bar{q}_{i+1}$  adalah vektor posisi relatif,  $Q_{i+1}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), yang merupakan titik kontak sambungan *batang-i* terhadap *batang (i+1)*, maka vektor posisi pusat massa batang,  $\bar{P}_i$ , adalah:

$$\bar{P}_1 = \bar{\xi}_1 + \bar{r}_1 \quad (1)$$

$$\bar{P}_2 = \bar{\xi}_1 + \bar{q}_2 + \bar{\xi}_2 + \bar{r}_2 \quad (2)$$

$$\bar{P}_3 = \bar{\xi}_1 + \bar{q}_2 + \bar{\xi}_2 + \bar{q}_3 + \bar{\xi}_3 + \bar{r}_3 \quad (3)$$

atau :

$$\bar{P}_i = \sum_{j=1}^i (\bar{\xi}_j + \bar{q}_j) + \bar{r}_j \quad (4)$$

Jika  $\bar{n}_m^1$ ,  $\bar{n}_m^2$ , dan  $\bar{n}_m^3$  ( $m = 1, 2, 3$ ) adalah vektor satuan yang saling tegak lurus pada pusat koordinat lokal  $O_1$ ,  $O_2$ , dan  $O_3$ , maka vektor posisi relatif yang digunakan untuk menyatakan posisi pusat massa batang,  $\bar{P}_i$  dapat dinyatakan sebagai:

$$\bar{q}_i = q_{im} \bar{n}_m^{i-1} \quad (5)$$

$$\bar{r}_i = r_{im} \bar{n}_m^i \quad (6)$$

$$\bar{\xi}_i = \xi_{im} \bar{n}_m^{i-1} \quad (7)$$

dengan  $i = 1, 2, 3$  dan  $m = 1, 2, 3$ .

Komponen  $q_{im}$ ,  $r_{im}$ , dan  $\xi_{im}$  merupakan besaran skalar vektor  $\bar{q}$ ,  $\bar{r}$ , dan  $\bar{\xi}$  pada koordinat lokal. Dengan demikian, vektor posisi pusat massa setiap batang dalam koordinat global,  $R$ , secara umum diberikan oleh:

$$\bar{P}_i = \sum_{j=1}^i \xi_{jn} S_{nm}^{j-1,0} \bar{n}_m + \sum_{j=1}^i q_{jn} S_{nm}^{j-1,0} \bar{n}_m + r_{in} S_{nm}^{i0} \bar{n}_m \quad (8)$$

atau dalam notasi matriks, sebagai berikut :

$$\bar{P}_i = \left( \sum_{j=1}^i \{\xi_j\}^T [S^{j-1,0}] + \sum_{j=1}^i \{q_j\}^T [S^{j-1,0}] + \{r_i\}^T [S^{i0}] \right) \{\bar{n}\} \quad (9)$$

$S_{nm}^{i0}$  dan  $S_{nm}^{i-1,0}$  adalah matriks transformasi koordinat lokal *batang-i* dan *batang (i-1)* terhadap koordinat referensi global R [2].

Kecepatan pusat massa  $G_i$  pada koordinat global R diperoleh dengan menurunkan vektor posisi pusat massa  $\bar{P}_i$  terhadap waktu sebagai berikut:

$$\bar{v}_i = \frac{d\bar{P}_i}{dt} = \left( \sum_{j=1}^i \dot{\xi}_{jn} S_{nm}^{j-1,0} + \sum_{j=1}^i \xi_{jn} \dot{S}_{nm}^{j-1,0} + \sum_{j=1}^i q_{jn} \dot{S}^{j-1,0} + r_{in} \dot{S}_{nm}^{i0} \right) \bar{n}_m \quad (10)$$

di mana matriks  $\dot{S}^{i0}$  merupakan turunan matriks transformasi batang  $B_i$  pada kerangka referensi R, yang diberikan oleh persamaan berikut :

$$[\dot{S}^{i0}] = [\Omega^{i0}] [S^{i0}] \quad (11)$$

Matriks  $[\Omega^{i0}]$  adalah matriks *skew*, dengan elemen yang mewakili kecepatan sudut, di mana elemen diagonalnya adalah nol, sedangkan elemen lainnya adalah  $\omega_{ij} = -\omega_{ji}$ .

Mengingat hubungan antara vektor posisi dan matriks kecepatan sudut, maka kecepatan pusat massa dapat dituliskan dalam bentuk berikut:

$$\bar{v}_i = \left( \sum_{j=1}^i \dot{\xi}_{jn} S_{nm}^{j-1,0} + \sum_{j=1}^i \{y\}^T [S \xi_j] [S^{j-1,0}] + \sum_{j=1}^i \{y\}^T [S q_j] [S^{j-1,0}] + \{y\}^T [S r_i] [S^{i0}] \right) \{\bar{n}\} \quad (12)$$

Vektor  $\{y\}$  adalah kecepatan umum (*generalized velocity*) yang berhubungan dengan matriks *skew*  $\Omega$ , sedangkan  $[S \xi_j]$ ,  $[S q_j]$ , dan  $[S r_i]$  adalah matriks *skew* vektor  $\bar{\xi}_j$ ,  $\bar{q}_j$ , dan  $\bar{r}_i$ .

Dengan demikian, kecepatan pusat massa *batang-i* dapat dinyatakan dalam bentuk kompak berikut:

$$\bar{v}_i = (\{\dot{x}\}^T [W] [V_T^i]) \{\bar{n}\} \quad (13)$$

di mana  $\{\dot{x}\}$  adalah vektor turunan pertama koordinat umum (*generalized coordinate*) terhadap waktu

$$\{\dot{x}\}^T = \{\dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad \dot{x}_3 \quad \dots \quad \dot{x}_p \quad \dot{\xi}_1 \quad \dot{\xi}_2 \quad \dot{\xi}_3 \quad \dots \quad \dot{\xi}_q\} \quad (14)$$

$[W]$  adalah matriks transformasi  $\{y\}$  ke  $\{\dot{x}\}$ .

Maka, hubungan antara  $\{y\}$ ,  $\{\dot{x}\}$ , dan  $[W]$  menjadi:

$$y = W\dot{x} \quad \text{atau} \quad \{y\}^T = \{\dot{x}\}[W] \quad (15)$$

Selanjutnya, matriks kecepatan parsial total  $[V_T^i]$  dapat dinyatakan sebagai :

$$[V_T^i] = \left[ \begin{array}{c} ([S_{q_2}] + [S_{\xi_2}])[S^{10}] \\ ([S_{q_3}] + [S_{\xi_3}])[S^{20}] \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ ([S_{q_i}] + [S_{\xi_i}])[S^{i-1,0}] \\ [S_{r_i}][S^{i0}] \\ \hline [I] \\ [S^{10}] \\ [S^{20}] \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ [S^{i-1,0}] \\ 0 \end{array} \right] \quad (16)$$

## 2.2 Persamaan Gerak Kane [4]

Persamaan gerak *Kane* untuk sistem benda jamak S yang terdiri dari N batang yang memiliki koordinat umum sejumlah n pada kerangka tetap R dapat dinyatakan sebagai:

$$f_l + f_l^* = 0 \quad (l = 1, \dots, n) \quad (17)$$

$f_l$  dan  $f_l^*$  adalah gaya aktif dan gaya inersia umum yang dapat dinyatakan dalam notasi matrik sebagai:

$$\{f_l\} = \sum_{j=1}^N [V_w^j] \{F_j\} + \sum_{j=1}^N [\omega^j] \{M_j\} \quad (18)$$

$$\{f_i^*\} = [a]\{\ddot{x}\} + [b]\{\dot{x}\} + [c]\{x\} \quad (19)$$

dengan elemen a, b, dan c adalah:

$$[a] = \sum_{j=1}^N m_j [V_w^j][V_w^j]^T + \sum_{j=1}^N [\omega^j][I_{j0}][\omega^j]^T \quad (20)$$

$$[b] = \sum_{j=1}^N m_j [V_w^j][\dot{V}_w^j]^T + \sum_{j=1}^N [\omega^j][I_{j0}][\dot{\omega}^j]^T \quad (21)$$

$$[c] = \sum_{j=1}^N [\omega^j][\Omega^{0j}][I_{j0}][\omega^j]^T \quad (22)$$

dengan:

$[\omega^j]$  = kecepatan sudut parsial

$\{F_j\}$  = gaya luar total

$\{M_j\}$  = momen luar total

$[m_j]$  = massa batang

$[I_{j0}]$  = momen inersia massa

### 2.3 Persamaan dan Gaya Kendala

Sebuah sistem benda jamak umumnya terkendala (*constrained*) agar memiliki gerak ataupun besaran kinematik tertentu. Kendala akan menentukan derajat kebebasan sistem benda jamak. Jika sistem dinamik memiliki  $n$  koordinat umum yang bebas dan  $m$  persamaan kendala, maka derajat kebebasan total sistem adalah  $n - m$ . Persamaan kendala merepresentasikan sekumpulan kondisi geometri atau kinematik sistem. Kondisi geometri diturunkan dari posisi batang pada sistem benda jamak, sedangkan kondisi kinematik didefinisikan dengan menetapkan harga besaran kinematik pada batang, misalnya dengan memberikan harga tertentu untuk kecepatan pusat massa atau kecepatan sudut batang.

Jika sebuah sistem benda jamak memiliki  $n$  koordinat umum, dan  $m$  persamaan kendala, maka persamaan kendalanya dapat dinyatakan sebagai:

$$d\phi_i = 0 ; \quad (i = 1, \dots, m) \quad (23)$$

$\phi_i$  merupakan fungsi dari  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dan waktu  $t$ . Persamaan (23) akan menghasilkan  $n$  gaya kendala yang bekerja pada sambungan. Gaya ini bersama dengan gaya lain yang bekerja pada sistem benda jamak akan menentukan gerakan sistem. Komponen gaya kendala sebanding dengan matriks kendala *Jacobi*,  $B$ , dan dapat dinyatakan sebagai:

$$f_i^c = \lambda_i B_{ii}^T \quad (24)$$

Komponen  $\lambda_i$  adalah *Lagrange undetermined multipliers* yang merupakan komponen gaya kendala masing-masing batang, sedangkan  $B_{ii}^T$  adalah matriks konstrain *Jacobi*, yang dinyatakan sebagai berikut :

$$B_{ii}^T = \frac{\partial \phi_i}{\partial x_i} \quad (25)$$

Persamaan (17), dengan adanya kendala dapat ditulis sebagai:

$$f_i + f_i^* - \lambda_i B_{ii}^T = 0 \quad (26)$$

Persamaan (26) dapat diselesaikan dengan menggunakan metode Augmented, yakni menggabungkan persamaan gerak sistem, termasuk  $\lambda_i$ , dan bentuk turunan persamaan kendala yang menghasilkan  $n + m$  persamaan diferensial orde dua berikut

$$\begin{bmatrix} a & B^T \\ B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H \\ G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f \\ \dot{g} \end{bmatrix} \quad (27)$$

dengan:

$$H = -(b_{lp} y_p + c_{lp} \dot{y}_p) \quad (28)$$

$$G = -\dot{B}_{lp} y_p \quad (29)$$

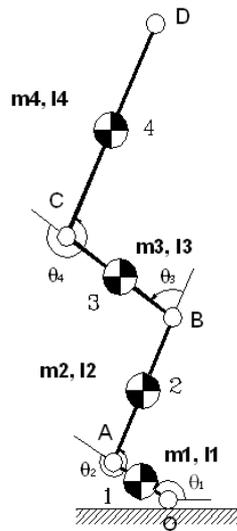
Integrasi Persamaan (27) akan menghasilkan besaran kinematik sistem.

#### 2.4 Simulasi Lompat Squat

Dalam kajian lompat *squat* ini, untuk penyederhanaan, digunakan model rangka (*skeletal model*) tanpa memasukkan otot tubuh (*muscle model*). Tubuh manusia dimodelkan sebagai sistem benda jamak yang terdiri dari empat batang kaku berikut :

- Telapak kaki (*foot*)
- Betis (*shank*)
- Paha (*thigh*)
- Kepala-lengan-batang tubuh (*head-arm-torso-HAT*).

Anggota tubuh yang terdiri dari bagian kanan dan kiri seperti telapak kaki, betis, dan paha pada model ini dianggap sebagai satu batang, karena saat melompat gerakan anggota kanan dianggap sama dengan anggota kiri. Model benda jamak untuk simulasi gerakan lompat *squat* disajikan pada Gambar 3.



**Gambar 3** Model lompat *squat*

Batang 1 adalah telapak kaki, batang 2 menyatakan betis, batang 3 adalah paha, sedangkan batang 4 adalah kepala-lengan-batang tubuh. Massa setiap batang adalah  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ , dan  $m_4$ . Panjang batang adalah  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ , dan  $l_4$ , sedangkan  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ , dan  $\theta_4$  menyatakan posisi relatif batang terhadap batang sebelumnya. Sambungan A, B, dan C secara berurutan adalah pergelangan kaki, lutut, dan pinggul yang dimodelkan sebagai sambungan engsel.

Pemodelan kinematika memerlukan koordinat umum dan persamaan konstrain. Koordinat umum menggambarkan posisi dan orientasi model yang dipilih, sedangkan persamaan konstrain menyatakan gerakan model yang diinginkan. Untuk kasus model lompat *squat*, sumbu koordinat referensi yang tetap berada pada pangkal batang 1 (titik O) dan koordinat umum model dapat dinyatakan sebagai:

$$x = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ x_1 \ y_1]^T \quad (30)$$

dengan matriks kecepatan umum:

$$y = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3 \ \dot{\theta}_4 \ \dot{x}_1 \ \dot{y}_1]^T \quad (31)$$

Persamaan kendala disusun dengan memberikan berbagai batasan pada model agar menghasilkan gerak lompat *squat*. Batasan (kendala) pertama, titik D yang merupakan ujung batang 4 (HAT) saat bergerak akan mengikuti fungsi kinematika berikut:

$$x_D(t) = l_1 \cdot c_1 + l_2 \cdot c_{12} + l_3 \cdot c_{13} + l_4 \cdot c_{14}$$

$$y_D(t) = l_1 \cdot s_1 + l_2 \cdot s_{12} + l_3 \cdot s_{13} + l_4 \cdot s_{14}$$

dengan :

$$c_1 = \cos(\theta_1)$$

$$s_1 = \sin(\theta_1)$$

$$c_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$s_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$c_{13} = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$s_{13} = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$c_{14} = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$s_{14} = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

Kecepatan titik D dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan koordinat ( $x_D$ ,  $y_D$ ) di atas terhadap waktu. Batasan kedua, perpindahan sudut betis merupakan fungsi waktu atau  $\dot{\theta}_2 = \omega_2$ . Kendala ketiga, diinginkan kecepatan sudut paha sama dengan kecepatan sudut betis dengan arah yang berlawanan, yang dapat ditulis sebagai  $\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 = 0$ . Batasan keempat adalah gerakan lompat *squat* diasumsikan sebagai gerakan vertikal saja sehingga berlaku persamaan kendala  $\dot{x}_1 = 0$ , dan  $\dot{y}_1 = h_y(t)$ . Berbagai persamaan kendala tersebut dapat dituliskan dalam bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_D(t) \\ y_D(t) \\ \omega_2 \\ 0 \\ h_y(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (32)$$

Ruas kiri adalah matriks konstrain *Jacobi* dan matriks kecepatan umum, sedangkan ruas kanan adalah matriks fungsi kecepatan. Elemen matriks *Jacobi* pada Persamaan (32) adalah :

$$b_{11} = l_1 \cdot s_1 + l_2 \cdot s_{12} + l_3 \cdot s_{13} + l_4 \cdot s_{14}$$

$$b_{12} = l_2 \cdot s_{12} + l_3 \cdot s_{13} + l_4 \cdot s_{14}$$

$$b_{13} = l_3 \cdot s_{13} + l_4 \cdot s_{14}$$

$$b_{14} = l_4 \cdot s_{14}$$

$$b_{21} = l_1 \cdot c_1 + l_2 \cdot c_{12} + l_3 \cdot c_{13} + l_4 \cdot c_{14}$$

$$b_{22} = l_2 \cdot c_{12} + l_3 \cdot c_{13} + l_4 \cdot c_{14}$$

$$b_{23} = l_3 \cdot c_{13} + l_4 \cdot c_{14}$$

$$b_{24} = l_4 \cdot c_{14}$$

sedangkan  $x_D(t)$  dan  $y_D(t)$  adalah komponen kecepatan ujung HAT (titik D) dalam arah sumbu  $x$  dan  $y$ ,  $\omega_2$  adalah kecepatan sudut betis, dan  $h_y(t)$  menyatakan kecepatan vertikal tubuh.

Penyusunan persamaan gerak diawali dengan mengukur geometri dan inersia tubuh manusia yang dijadikan model untuk memperoleh data antropometri. Mengikuti Winter [4], untuk model simulasi ini, panjang dan distribusi massa bagian tubuh dianggap merupakan persentase dari tinggi badan,  $H_0$ , dan massa model,  $m_0$ . Batang yang terdiri dari anggota kanan dan kiri, seperti telapak kaki, betis dan paha, massanya dikalikan dua. Panjang dan massa batang pada model (Gambar 3) diberikan sebagai berikut:  $m_1 = 2.0,0145.m_0$ ;  $m_2 = 2.0,0465.m_0$ ;  $m_3 = 2.0,1.m_0$ ;  $m_4 = 0,678.m_0$ ;  $l_1 = 0,082.H_0$ ;  $l_2 = 0,246.H_0$ ;  $l_3 = 0,245.H_0$ ;  $l_4 = 0,470.H_0$ . Pusat massa masing-masing batang diasumsikan terletak di tengah batang.

#### 2.4.1 Input Simulasi

Untuk penyelesaian persamaan gerak, perlu diberikan input berupa percepatan. Saat subyek melompat dari posisi *squat*, ujung kepala (D) mengalami percepatan dalam arah sumbu  $x$ -negatif dan sumbu  $y$ -positif, sudut antara telapak kaki dan betis,  $\theta_2$ , membesar. Dalam hal ini, dipilih percepatan ujung kepala arah sumbu  $x = -4 \text{ m/s}^2$ , arah sumbu  $y = 5 \text{ m/s}^2$ , percepatan sudut batang 2,  $\alpha_2 = 9 \text{ rad/s}^2$ , serta percepatan vertikal ujung telapak kaki sebagai berikut:

$$\dot{h}_y = -\frac{g\pi^2}{4} \sin\left(\frac{2\pi t}{t_{ib}} + \frac{3\pi}{2}\right) \quad (33)$$

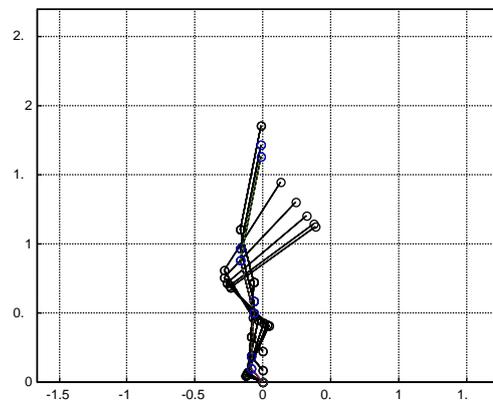
dimana  $g$  adalah percepatan gravitasi dan  $t_{ib}$  adalah waktu terbang (*flight time*). Persamaan (33) diperoleh dari penurunan persamaan lintasan ujung telapak kaki yang dianggap sebagai titik bergerak bebas vertikal ke atas.

Elemen matriks  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  pada Persamaan (20) - (22) diperoleh secara simbolik dengan bantuan perangkat lunak MATLAB. Kemudian, Persamaan (32) diturunkan terhadap waktu untuk memperoleh persamaan kendala pada tingkat percepatan yang digunakan untuk menyusun persamaan gerak dengan metode *Augmented*, seperti diberikan oleh Persamaan (27). Selanjutnya, persamaan diselesaikan dengan metode integrasi *Runge-Kutta* menggunakan perangkat lunak MATLAB. Hasil yang diperoleh berupa perubahan sudut tiap batang dan perpindahan translasi arah vertikal.

#### 2.4.2 Verifikasi

Untuk verifikasi model benda jamak, hasil simulasi berupa tinggi lompat maksimum akan dibandingkan dengan tinggi lompat maksimum berdasarkan waktu terbang yang diperoleh melalui eksperimen,  $t_{ib}$ . Untuk itu, diberikan input data subyek 1 berupa tinggi badan,  $H_0 = 162$  cm dan massa,  $m_0 = 69,2$  kg, serta waktu melompat,  $t = 0,90$  s dan waktu terbang,  $t_{ib} = 0,45$  s, yang diperoleh dari hasil eksperimen. Perhitungan massa dan panjang tiap batang memberikan  $m_1 = 2,01$  kg;  $m_2 = 6,44$  kg;  $m_3 = 13,84$  kg;  $m_4 = 46,92$  kg;  $l_1 = 13,28$  cm;  $l_2 = 39,85$  cm;  $l_3 = 39,69$  cm;  $l_4 = 46,92$  cm. Simulasi dimulai pada posisi awal *squat* dengan sudut  $\theta_1 = 160^\circ$ ,  $\theta_2 = 265^\circ$ ,  $\theta_3 = 70^\circ$ , dan  $\theta_4 = 260^\circ$ . Hasil simulasi lompat *squat* disajikan pada Gambar 4, yang menampilkan animasi simulasi model lompat tipe *squat* mulai 0 sampai 100 % gerakan dengan selang 10 %. Simulasi menghasilkan tinggi lompat maksimum yang dicapai 0,2485 m.

Dari hasil simulasi terlihat bahwa koordinat umum dan persamaan kendala yang diterapkan pada model benda jamak menghasilkan lompat *squat* yang sesuai. Besaran tinggi lompat maksimum akan dibandingkan dengan hasil eksperimen.

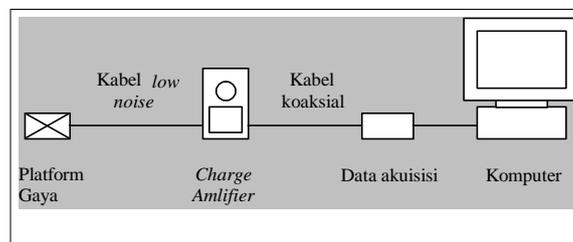


**Gambar 4** Simulasi lompat vertical subyek 1

### 3 Eksperimen Lompat Squat

#### 3.1 Susunan Eksperimen

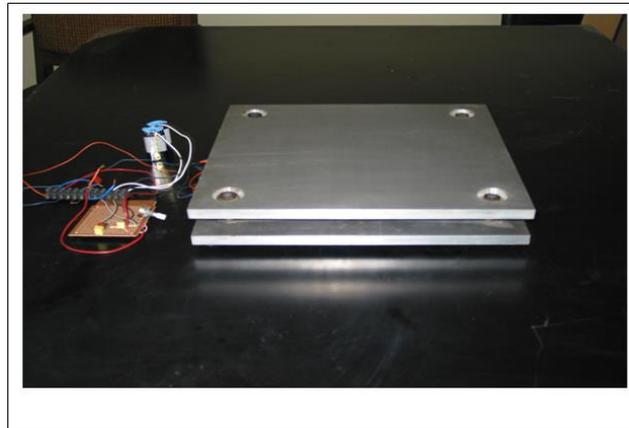
Tujuan eksperimen adalah memperoleh besarnya gaya reaksi tanah (*ground reaction force, GRF*) vertikal sebagai akibat gaya berat tubuh saat melakukan lompat *squat*. Alat yang digunakan adalah sebuah platform gaya (*force plate*), *charge amplifier*, dan komputer. Platform gaya akan merekam gaya reaksi tanah saat subyek berada di atasnya. Susunan eksperimen untuk pengukuran gaya reaksi tanah ditunjukkan pada Gambar 5.



**Gambar 5** Susunan eksperimen

Platform gaya berukuran 325 x 312 x 48 mm, yang digunakan dalam eksperimen ini adalah hasil rancangan sendiri yang terdiri dari pelat atas dan pelat dasar, serta kolom penunpu yang terletak di antara kedua pelat tersebut. Pelat atas dan dasar terbuat dari *duraluminum*, sedangkan empat buah kolom penunpu terbuat dari nilon. Gaya diukur oleh transduser piezoelektrik yang dipasang di dalam kolom penunpu. Keempat sensor dirangkai secara paralel

sehingga sinyal keluaran platform gaya tidak terpengaruh oleh lokasi pembebanan. Platform gaya yang digunakan disajikan pada Gambar 6. Kalibrasi dilakukan dengan cara mengukur besar tegangan yang dihasilkan saat platform gaya dibebani dengan besaran yang sudah diketahui.



**Gambar 6** Platform gaya

### 3.2 Metode Eksperimen

Eksperimen melibatkan empat subyek yang masing-masing melakukan beberapa kali lompat *squat* untuk memperoleh lompatan maksimum. Data subyek disajikan pada Tabel 1.

**Tabel 1** Data subyek eksperimen

	Subyek 1	Subyek 2	Subyek 3	Subyek 4
massa (kg)	69,2	63	41,8	26
tinggi (cm)	162	161,5	152	128,5

Kurva gaya reaksi tanah vertikal digunakan untuk menghitung tinggi lompatan subyek dengan metode waktu terbang. Metode ini diperoleh berdasarkan penerapan hukum kekekalan energi saat subyek tinggal landas dan mendarat, serta anggapan bahwa lompat *squat* adalah gerak arah vertikal saja [8], yang persamaannya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_f = y_p - y_{to} = \frac{v_{to}^2}{2g} \quad (34)$$

$$v_{to} = \frac{gt_{fb}}{2} \quad (35)$$

dengan:

$y_f$  = tinggi lompatan (m)

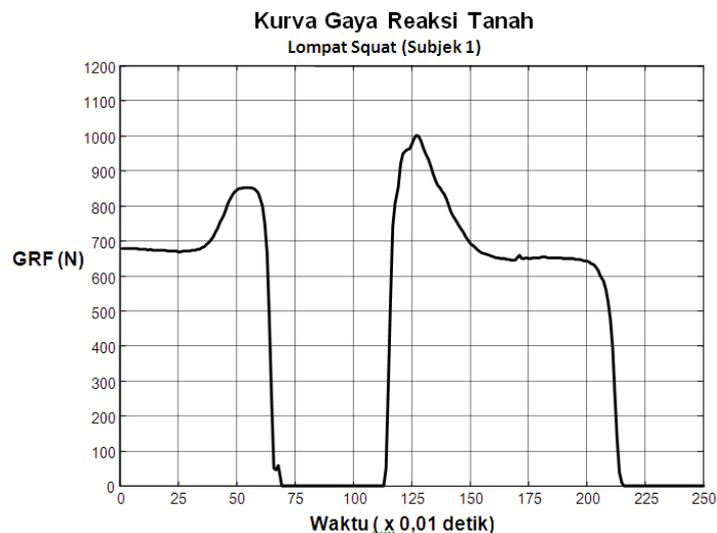
$v_{to}$  = kecepatan tinggal landas (m/s)

$t_{tb}$  = waktu terbang (s)

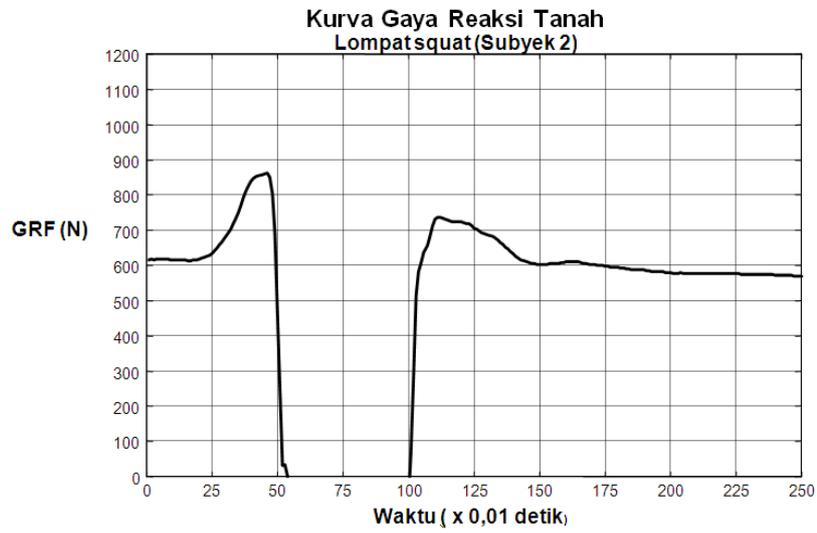
### 3.3 Hasil Eksperimen

Setiap subyek diinstruksikan untuk melakukan lompat *squat*, yang dimulai dengan posisi awal pinggul, lutut, dan pergelangan kaki menekuk, selanjutnya tubuh langsung didorong bergerak ke atas tanpa ada gerakan awal ke bawah (*countermovement*).

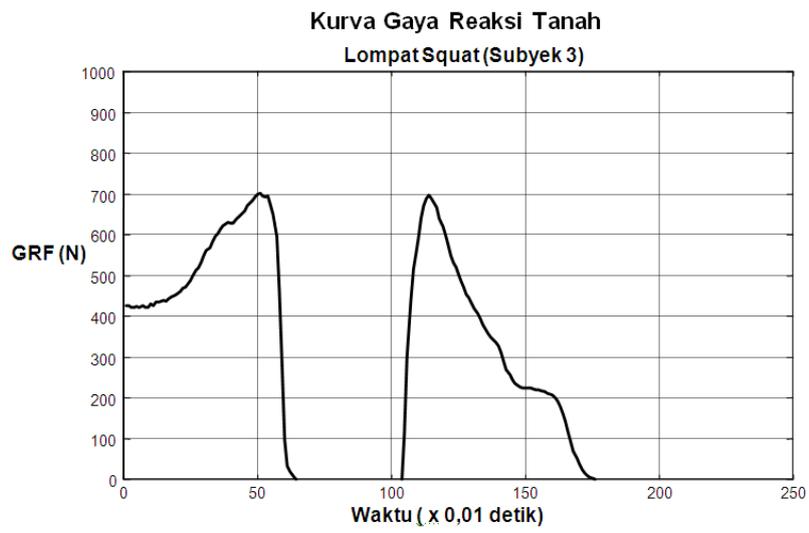
Kurva gaya reaksi tanah vertikal subyek 1 - 4 disajikan pada Gambar 7 sampai 10. Besaran awal pada kurva sama dengan berat statis subyek, yang mengindikasikan subyek dalam kondisi diam. Selanjutnya, besaran GRF langsung membesar yang sesuai dengan kenyataan tubuh langsung didorong ke atas tanpa ada gerakan awal ke bawah. Kenaikan gaya reaksi tanah ini terjadi pada fase pendorongan, yakni saat telapak kaki berkontak dengan tanah sampai harga maksimumnya, kemudian turun dengan cepat ketika telapak kaki mulai lepas landas. Pada saat ini, gaya reaksi vertikal tanah menjadi nol. Saat kaki mendarat di atas platform gaya, maka gaya reaksi tanah vertikal akan meningkat dengan cepat, selanjutnya turun lagi ketika subyek meninggalkan platform gaya.



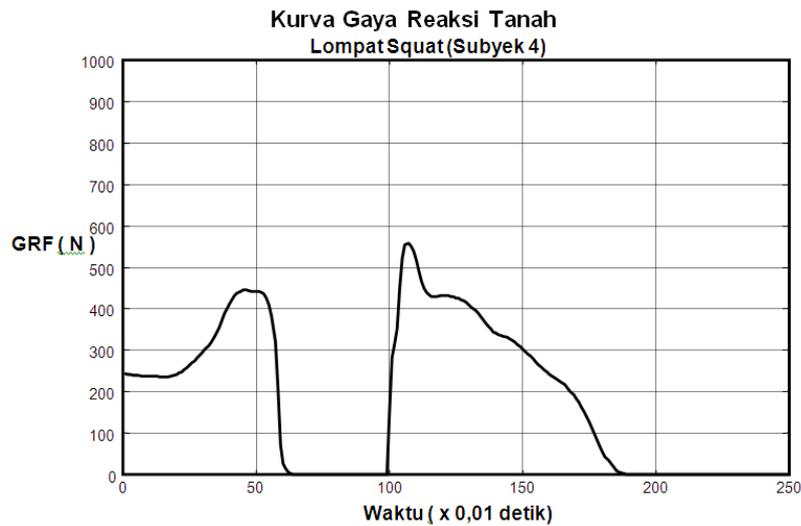
**Gambar 7** Gaya reaksi tanah lompat *squat* subyek 1



**Gambar 8** Gaya reaksi tanah lompat *squat* subyek 2



**Gambar 9** Gaya reaksi tanah lompat *squat* subyek 3



**Gambar 10** Gaya reaksi tanah lompat *squat* subyek 4

Bentuk kurva yang diperoleh bervariasi, tapi besaran GRF kembali ke berat statis subyek, seperti pada Gambar 7 dan 8. Namun, dua subyek berikut meninggalkan platform gaya sebelum pengambilan data selesai sehingga besaran yang terukur turun hingga nol, seperti terlihat pada Gambar 9 dan 10.

### 3.4 Analisis Tinggi Lompat Hasil Eksperimen

Kurva gaya reaksi tanah vertikal pada Gambar 7 sampai 10 dapat digunakan untuk analisis tinggi lompatan maksimum tiap subyek dengan metode waktu terbang yang diberikan pada Persamaan (34) dan (35). Waktu terbang adalah durasi saat subyek berada di udara yakni saat besar gaya reaksi tanah vertikal sama dengan nol. Besaran waktu terbang,  $t_{tb}$ , yang diperoleh dari data pengukuran gaya reaksi tanah menjadi input untuk menghitung tinggi lompat maksimum,  $y_f$ , dan kecepatan tinggal landas,  $v_{lo}$ , berdasarkan Persamaan (34) dan (35). Hasil perhitungan dirangkum pada Tabel 2.

**Tabel 2** Analisis tinggi lompat dengan metode waktu terbang

Parameter	Lompat <i>Squat</i>			
	Sub. 1	Sub. 2	Sub.3	Sub.4
Waktu terbang, $t_{ib}$ (detik)	0,45	0,46	0,40	0,36
Kec. tinggal landas, $v_{to}$ (m/detik)	2,2073	2,2563	1,9620	1,7658
Tinggi lompat, $y_f$ (meter)	0,2483	0,2595	0,1962	0,1589

#### 4 Perbandingan

Kriteria lompat *squat* terbaik adalah tinggi lompatan maksimum yang dicapai subyek [10]. Untuk melihat apakah model benda jamak dapat memprediksi ketinggian maksimum ini dengan baik, maka tinggi maksimum yang diperoleh melalui simulasi model rangka tubuh dan hasil eksperimen lompat *squat* disajikan bersamaan pada Tabel 3. Tinggi lompat maksimum model benda jamak merupakan hasil simulasi seperti diuraikan sebelumnya, dengan data input subyek (Tabel 1) dan data waktu loncat dan waktu terbang,  $t_{ib}$ , seperti terlihat pada Gambar 7 – 10 yang juga disajikan dalam Tabel 2.

**Tabel 3** Perbandingan tinggi lompat hasil eksperimen dan model benda jamak

Tinggi lompat (meter)	Subyek 1	Subyek 2	Subyek 3	Subyek 4
Eksperimen	0,2483	0,2595	0,1962	0,1589
Model	0,2485	0,2601	0,1966	0,1593

Dari Tabel 3 terlihat bahwa simulasi model rangka tubuh manusia menggunakan sistem benda jamak untuk lompat *squat* menghasilkan tinggi lompatan yang sesuai dengan analisis hasil eksperimen menggunakan metode waktu terbang dengan perbedaan yang sangat kecil.

#### 5 Kesimpulan

Berdasarkan hasil simulasi serta analisis perbandingan, terlihat bahwa besaran lompat maksimum yang diperoleh mendekati dengan hasil perhitungan berdasarkan pengukuran. Untuk empat subyek yang dievaluasi, beda lompat

maksimum lebih kecil dari 0,4%. Dapat disimpulkan bahwa pemodelan menggunakan sistem benda jamak dan model rangka tubuh yang disusun bersama dengan koordinat umum dan persamaan kendalanya mampu merepresentasikan lompat vertikal tipe *squat*. Namun, mengingat data yang relatif sedikit, perlu dikaji lebih lanjut pemodelan serta metode pengukuran dengan platform gaya yang dikembangkan. Selain itu, perekaman data visual gerak melompat untuk kemudian dianalisis dapat menjadi alternatif dalam analisis lompat vertikal.

## 6 Pustaka

- [1] Whittle, W. M., *Gait Analysis: an Introduction*, 4th ed., Butterworth Heinemann, Elsevier Ltd., 2007
- [2] Amirouche, F.M.L., *Computational Methods in Multibody Dynamics*, Prentice Hall, New Jersey, 1992
- [3] Rajiv, *Simulasi Gerak Manusia Berjalan dan Mengangkat Dengan Sistem Benda Jamak*, Tugas Sarjana, Program Studi Teknik Mesin, ITB, Bandung, 2008
- [4] Winter, D.A., *Biomechanic and Motor Control of Human Movement*, 2<sup>nd</sup> ed., John Wiley and Son Inc. , New York., 1990
- [5] Purba, U. M., *Pengembangan Model Sistem Benda Jamak Untuk Gerak Berjalan Manusia*, Tugas Sarjana, Program Studi Aeronotika dan Astronotika, ITB, Bandung, 2008
- [6] Susilo, D. D., *Kaji Lompat Vertikal Menggunakan Platform Gaya dan Model Sistem Benda Jamak*, Tesis Magister, Departemen Teknik Mesin, ITB, Bandung, 2003
- [7] Luhtanen, P., Jumping, <http://www.education.ed.ac.uk/cis/soccer/>.
- [8] Linthorne, N.P., *Analysis of Standing Vertical Jump Using a Force Platform*, American Journal of Physics, Vol. 69 (11), p. 1198-1204, 2001
- [9] Bobbert, M.F, *Computer Simulation of Complex Movements*, in 8<sup>eme</sup> Congres de l'ACAPS-Macolin-1999-Conferences, pp. 4-6., 1999
- [10] John Morris Scientific, Available Quatro Jump Test, <http://www.Johnmorris.com.au/>.